

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И  
ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ»**

Алтайский филиал

УТВЕРЖДЕНО

Решением Ученого совета  
Алтайского филиала РАНХиГС

Протокол от «30» апреля 2020 г. № 8

**ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

Налоги и налогообложение

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.01 Высшая математика**

бакалавр

38.03.01 Экономика

Очная

Год набора - 2021

Барнаул, 2020 г.

**Автор–составитель:**

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры гуманитарных и естественнонаучных дисциплин Е.Г. Свердлова

**Заведующий кафедрой:**

гуманитарных и естественнонаучных дисциплин, кандидат сельскохозяйственных наук, доцент Л.М. Лысенко

Рабочая программа дисциплины «Высшая математика» рассмотрена и одобрена на заседании кафедры гуманитарных и естественнонаучных дисциплин протокол от 17. 04. 2020 г. № 8.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы.....	4
2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО .....	5
2. Содержание и структура дисциплины.....	5
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине.....	6
5. Методические материалы по освоению дисциплины.....	17
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».....	19
6.1. Основная литература .....	19
6.2. Дополнительная литература.....	19
6.3. Нормативные правовые документы.....	20
6.4. Интернет-ресурсы.....	20
6.5. Иные источники.....	20
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы.....	20

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1 Дисциплина Б1.О.01 Высшая математика обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПКо ОС III-1	Способен использовать методы высшей математики для решения прикладных задач	ПКо ОС III – 1.1	Демонстрирует знания основ фундаментальной и прикладной математики, в том числе основ линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии
		ПКо ОС III – 1.2	Способен использовать математические знания для решения прикладных задач

1.2 В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта, или по результатам форсайт-сессии)	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
	ПКо ОС III – 1.1	<p><b>на уровне знаний:</b> знать основы линейной алгебры и линейного программирования;</p> <p><b>на уровне умений:</b> решать системы линейных уравнений, решать задачи линейного программирования симплекс методом;</p> <p><b>на уровне навыков:</b> создавать формальную математическую запись поставленной задачи.</p>
	ПКо ОС III – 1.2	<p><b>на уровне знаний:</b> знать основы дифференциального и интегрального исчисления;</p> <p><b>на уровне умений:</b> решать основные задачи дифференциального и интегрального исчисления.</p> <p><b>на уровне навыков:</b> создавать формальную математическую запись поставленной задачи.</p>

## 2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

### Объем дисциплины

Общая трудоемкость Б1.О.01 Высшая математика составляет 9 зачётных единиц, 324 академических часа (243 астр.ч.), в том числе:

#### очная форма обучения:

- лекции – 64 ак.часа (48 астр.ч.),
- практические занятия - 64 ак.часа (48 астр.ч.),
- контроль – 40 ак.часа (30 астр.ч.),
- консультация – 2 ак.часа (1,5 астр.ч.),
- самостоятельная работа - 154 ак.часа (115,5 астр.ч.)

### Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.О.01 Высшая математика относится к дисциплинам Блока 1 «Дисциплины (модули)» и в соответствии с учебным планом изучается в 1- 2 семестрах.

В содержательном плане дисциплина служит основой для:

Б1.О.03 Теория вероятностей и математическая статистика,

Б1.В.05 Финансовая математика.

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом – зачёт с оценкой (1 семестр), экзамен (2 семестр).

## 2. Содержание и структура дисциплины

### Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем и/или разделов	Всего	Объем дисциплины (модуля), час.				СР	Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**
			Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					
			Л/ДОТ	ЛР/ДОТ	ПЗ/ДОТ	КСР		
Тема 1	Матрицы и определители	28	6		8		14	ТЗ, К
Тема 2	Системы линейных уравнений	30	8		6		16	ТЗ, К
Тема 3	Элементы линейного программирования	28	6		6		16	ТЗ
Тема 4	Векторы и операции над ними	26	6		6		14	ТЗ
Тема 5	Понятие функции. Предел, непрерывность	28	6		6		16	ТЗ, К
Тема 6	Производная и дифференциал функции	28	6		8		14	ТЗ, К
Тема 7	Функции нескольких переменных	28	6		6		16	ТЗ, К
Тема 8	Интеграл	30	8		6		16	ТЗ, К
Тема 9	Ряды	28	6		6		16	ТЗ, К
Тема 10	Элементы теории дифференциальных уравнений	28	6		6		16	ТЗ, К
Промежуточная аттестация		40						ЭО Экз.
<b>Всего:</b>		<b>324</b>	<b>64</b>		<b>64</b>	<b>2</b>	<b>154</b>	

*Примечание:*

\* *формы текущего контроля успеваемости:* типовое задание (ТЗ), контрольная работа (К).

\*\* *формы промежуточной аттестации:* зачёт с оценкой (ЗО), экзамен (Экз).

## Содержание дисциплины

### **Тема 1. Матрицы и определители**

Матрицы и операции над ними. Определители и их свойства. Обратная матрица.

### **Тема 2. Системы линейных уравнений**

Формулы Крамера. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Ранг матрицы и условие разрешимости системы.

### **Тема 3. Элементы линейного программирования**

Задачи линейного программирования. Симплекс-метод.

### **Тема 4. Векторы и операции над ними**

Двухмерное, трёхмерное, многомерное пространство. Линейные операции над векторами, скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов.

### **Тема 5. Понятие функции. Предел, непрерывность**

Функции, область определения, свойства и графики основных элементарных функций. Предел, арифметические свойства предела. Непрерывность функции, классификация точек разрыва.

### **Тема 6. Производная и дифференциал функции**

Производная, её вычисление. Предельные величины. Таблица производных основных элементарных функций. Производная суммы, разности, произведения, частного. Производная сложной функции. Производные высших порядков. Исследование свойств (монотонность, точки экстремума, выпуклость) и построение графиков функций. Эластичность функции.

### **Тема 7. Функции нескольких переменных**

Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных, производные и дифференциалы высших порядков. Экстремумы функций нескольких переменных. Задачи оптимизации. Условный экстремум.

### **Тема 8. Интеграл**

Неопределённый интеграл, его свойства, правила вычисления и таблица неопределённых интегралов. Определённый интеграл, его свойства и вычисление. Приложения определённого интеграла к задачам геометрии и экономики.

### **Тема 9. Ряды**

Числовые ряды, их сходимость. Степенные ряды. Радиус сходимости. Непрерывность суммы, почленное дифференцирование и интегрирование степенного ряда.

### **Тема 10. Элементы теории дифференциальных уравнений**

Уравнения с разделяющимися переменными, однородное уравнение. Решение линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

## **4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине**

Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.

В ходе реализации дисциплины Б1.О.01 Высшая математика используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Тема и/или раздел		Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1	Матрицы и определители	Типовое задание, контрольная работа
Тема 2	Системы линейных уравнений	Типовое задание, контрольная работа
Тема 3	Элементы линейного программирования	Типовое задание
Тема 4	Векторы и операции над ними	Типовое задание
Тема 5	Понятие функции. Предел, непрерывность	Типовое задание, контрольная работа
Тема 6	Производная и дифференциал функции	Типовое задание, контрольная работа
Тема 7	Функции нескольких переменных	Типовое задание, контрольная работа
Тема 8	Интеграл	Типовое задание, контрольная работа
Тема 9	Ряды	Типовое задание, контрольная работа
Тема 10	Элементы теории дифференциальных уравнений	Типовое задание, контрольная работа

Зачёт и экзамен проводятся с применением следующих методов (средств): в форме устных ответов на вопросы и решения типовых заданий

### Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

#### Тема 1. Матрицы и определители

##### Типовые задания

**Пример 1.** Даны матрицы  $A$  и  $B$ .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 13 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Указать, какие из нижеприведенных операций выполнимы, и выполнить их.

- а)  $A + B$ ;                      б)  $A^T + B$ ;                      в)  $A + B^T$ ;                      г)  $A^T + B^T$ .  
 д)  $AB$ ;                              е)  $A^T B$ ;                              ж)  $AB^T$ ;                              з)  $BA^T$ .

**Пример 2.** Найти комбинацию матриц

$$(A + B) \cdot (A \cdot B - 2A), \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

**Пример 3.** Вычислить определители  $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$ ,  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -5 \end{vmatrix}$

**Пример 4.** Решить уравнение  $\begin{vmatrix} 1-x & 2 \\ x+3 & 4 \end{vmatrix} = -4x$

**Пример 5.** Дана матрица  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ . Найти обратную для матрицы  $A = B^2$

#### Тема 2. Системы линейных уравнений

##### Типовые задания

**Пример 1.** Решить системы уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4, \\ 2x_1 - x_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 4x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

**Пример 2.** Найти ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ .

**Пример 3.** Исследовать систему методом Гаусса

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ -3x_1 - 4x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

### Тема 3. Элементы линейного программирования

#### Типовые задания

**Пример 1.** Составить математическую модель выпуска двух видов смеси, обеспечивающий максимум прибыли, если прибыль от реализации 1 ед. каждого вида смеси составляет 31 и 42 ден.ед. На производство 1 ед. 1-й смеси расходуется 0,8 ед. ресурса P1 и 0,4 ед. ресурса P2; для второго вида смеси эти расходы составляют – 0,2 и 0,6, соответственно. Запасы ресурсов P1 и P2 составляют 37 и 24 ед., соответственно.

**Пример 2.** Фирма решила изготавливать шапки и подстежки из натурального меха. Затраты на производство этих изделий и запасы сырья представлены в таблице.

Сырье	Расход сырья на производство, дм		Средний запас в месяц, дм
	шапки	подстежки	
Мех	22	140	61600
Ткань	1,5	30	15000
Оптовая цена, руб./шт.	410	840	

Составить математическую модель производства этих изделий, обеспечивающего максимальный доход от продажи.

**Пример 3.** Решить ЗЛП графическим методом и симплекс-методом

$$\begin{aligned} F &= x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ \begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 30 \\ 2x_1 + x_2 \leq 20 \end{cases} \\ x_1 &\geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

### Тема 4. Векторы и операции над ними

#### Типовые задания

**Пример 1.** Выяснить, являются ли векторы  $\vec{a}(3,6)$  и  $\vec{b}(-1,2)$  коллинеарными.



**Пример 2.** Найти скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 8$ ,  $\varphi = 135^\circ$ .

**Пример 3.** Найти скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  и угол между векторами  $\vec{a}(1,2,3)$  и  $\vec{b}(-1,0,1)$ .

**Пример 4.** Найти длину высоты  $AD$  в треугольнике с вершинами  $A(3,5)$ ,  $B(2,-4)$ ,  $C(-2,1)$  и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки  $C$  на прямую  $AB$ .

**Пример 5.** Найти векторное произведение  $\vec{a} \times \vec{b}$  между векторами  $\vec{a}(-2,1,4)$  и  $\vec{b}(3,0,-1)$ .

**Пример 6.** Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = 3\vec{p} - \vec{q}$  и  $\vec{b} = 2\vec{p} + 6\vec{q}$ , где  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$  - векторы длины 2, угол между которыми равен  $60^\circ$ .

## Тема 5. Понятие функции. Предел, непрерывность

### Типовые задания

**Пример 1.** Определить области существования и области значений следующих функций:

а)  $y = \sqrt{3x - x^3}$ ; б)  $y = \log(x^2 - 4)$ ; в)  $y = \sqrt{2 + x - x^2}$

**Пример 2.** Найти пределы последовательностей

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{6n+5}$ ; б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{6n^2+5}$ ; в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3-1}{6n^2+1}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$ ;

**Пример 3.** Исследовать функции на непрерывность:

а)  $f(x) = \frac{2}{x-1}$  б)  $f(x) = 3^{\frac{1}{2x-5}} + 3$  в)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{(x+1)(x-1)(x-2)(x-3)}$

## Тема 6. Производная и дифференциал функции

### Типовые задания

**Пример 1.** Найти первую и вторую производные функций:

$y = \ln(\operatorname{tg} x^2)$        $y = 5^x + \sqrt{(x - \ln x)}$

**Пример 2.** Написать уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = 3x^2$  в заданной точке  $M(-2, 12)$ .

**Пример 3.** С помощью дифференциала вычислить приближенное значение:  $\sin^2 \frac{5\pi}{36}$

**Пример 4.** Исследовать функции и построить их графики

$$\text{a) } y = \frac{x^2}{x^2 - 1}; \quad \text{б) } y = x + \frac{1}{x}; \quad \text{в) } y = \frac{3\sqrt{x}}{3x + 1}$$

### Тема 7. Функции нескольких переменных

#### Типовые задания

**Пример 1.** Найти частные производные первого и второго порядка функции

$$z = \ln(\operatorname{tg}(3x + 5y))$$

**Пример 2.** Вычислить приближенно значение  $\ln(8,001 + 0,99^3)$  ( $z = \ln(x^3 + y^3)$ ,  $x = 2$ ,  $y = 1$ )

**Пример 3.** Исследовать на экстремум функцию  $z = \frac{8}{x} + \frac{x}{y} + y$

### Тема 8. Интеграл

#### Типовые задания

**Пример 1.** Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

$$\text{a) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^3}}; \quad \text{б) } \int \frac{3x^2 + 1}{x^2(x^2 + 1)} dx; \quad \text{в) } \int e^x 5^{4x} dx.$$

**Пример 2.** Найти неопределенные интегралы методом замены переменной

$$\text{a) } \int \frac{2x}{1+x^4} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\ln^2 x}{x} dx; \quad \text{в) } \int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx.$$

**Пример 3.** Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y = -x^2 + 3, \quad y = 0; & \text{б) } y = x^2 - 2x, \quad y = 4x - x^2 \\ \text{в) } y = -x^2 + 4x, \quad y = 2x; & \text{г) } y = x^2, \quad y = \sqrt{x}. \end{array}$$

### Тема 9. Ряды

#### Типовые задания

**Пример 1.** Исследовать на сходимость:  $1 + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 5^2} + \dots + \frac{1}{(2n+1) \cdot 5^{n-1}} + \dots$ ;

**Пример 2.** Исследовать на сходимость:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n^2+2n}$ ;

**Пример 3.** Исследовать на сходимость ряд. Для сходящегося ряда установить, сходится он абсолютно или условно:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{10 \ln n}$

**Пример 4.** Найти область сходимости ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-2)^n}{n^{n-1}}$

## Тема 10. Элементы теории дифференциальных уравнений

### Типовые задания

**Пример 1.** Найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию:  $y' = \frac{y-2}{x+3}, y(1) = 2$

**Пример 2.** Найти общее решение:  $\frac{x^2 + y^2}{xy} = y'$

**Пример 3.** Найти общее решение:  $(4x^3 + 6xy^2)dx + (6x^2y + e^y)dy = 0$

**Пример 4.** Найти общее решение линейного дифференциального уравнения второго порядка  $y'' + 4y' + 5y = 40\cos 3x$ .

### Контрольная работа 1

1. Найти комбинацию матриц

$$(A+B) \cdot (A \cdot B - 2A), \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить определитель:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 0.6 & 7 \\ 3 & 50 \end{vmatrix} \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -3 & 0 \end{vmatrix}$$

3. Решить уравнение:

$$\begin{vmatrix} x-3 & 5 \\ -1 & x+3 \end{vmatrix} = 0$$

4. Решить систему уравнений методом Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -1, \\ 5x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + 5x_3 = -8. \end{cases}$$

### Контрольная работа 2

1. Найти область определения функции  $y = \frac{1}{x^2 - 4}$ .

2. Определить четность - нечетность функции  $y(x) = x^4 + 6x^2$

3. Вычислить предел функции

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2}{2x^2 + 3x - 1} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(2x - 5)}{\sqrt[3]{5 + x} - 2}$$

4. Найти точки разрыва функции  $y = x + \frac{1}{x-1} + 2$  и указать характер точки разрыва.

### Контрольная работа 3

1. Найти производную функции  $y = x^2 - 6x + 3$ .

2. Исследовать функцию  $y = (1-x)e^{3x-2}$  на экстремум.

3. Найти асимптоты функции:  $y = \ln x - 2x$

4. Вычислить интегралы:

а)  $\int \frac{dx}{2x^2 - 4};$

в)  $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})}$

б)  $\int e^{3x} dx;$

г)  $\int_0^{\ln 2} x e^{-2x} dx$

### Контрольная работа 4

1. Исследовать ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{\sqrt{n}2^n}$  на сходимость.

2. Исследовать сходимость числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2\sqrt{n}-1}{n\sqrt{n}+3}$ . В случае сходимости ряда установить ее характер (абсолютная или условная).

3. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{2^n \sqrt{n+3}}$ .

4. Найти общее решение линейных дифференциальных уравнений:

а)  $\frac{x^2 + y^2}{xy} = y'$

б)  $y'' - 2y' = 2x - 8$

### Оценочные материалы промежуточной аттестации

Формируемые компетенции с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПКо ОС III-1	Способен использовать методы высшей математики для решения прикладных задач	ПКо ОС III – 1.1	Демонстрирует знания основ фундаментальной и прикладной математики, в том числе основ линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии
		ПКо ОС III – 1.2	Способен использовать математические знания для решения прикладных задач

Компонент компетенции	Индикатор оценивания	Критерий оценивания
ПКо ОС III – 1.1	Знает основы линейной алгебры и линейного программирования. Умеет решать системы линейных уравнений. Умеет решать задачи линейного программирования	Решены типовые задания по темам 1, 2, 3 дисциплины и выполнены контрольные работы в соответствии с учебным планом.

Компонент компетенции	Индикатор оценивания	Критерий оценивания
	симплекс методом.	
ПКо ОС III – 1.2	Знает основы дифференциального и интегрального исчисления. Умеет решать основные задачи дифференциального и интегрального исчисления.	Решены типовые задачи дифференциального и интегрального исчисления и выполнены контрольные работы в соответствии с учебным планом.

### Вопросы к зачёту

1. Виды матриц.
2. Операции над матрицами.
3. Вычисление определителей матриц второго и третьего порядка.
4. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
5. Свойства определителей.
6. Обратная матрица и алгоритм её вычисления.
7. Классификация систем линейных уравнений.
8. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
9. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Крамера.
10. Математическая модель задачи линейного программирования.
11. Графический метод решения ЗЛП.
12. Симплекс-метод решения ЗЛП.
13. Операции над векторами в координатной форме.
14. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.
15. Условия параллельности и перпендикулярности векторов.
16. Векторное произведение векторов.
17. Понятие действительной функции действительной переменной. Основные свойства функций.
18. Основные элементарные функции и их свойства.
19. Линейная функция, основные виды уравнений прямой на плоскости.
20. Предел функции в бесконечности и в точке.
21. Непрерывность функции, точки разрыва.

### Вопросы к экзамену

1. Производная функции и её геометрический смысл.
2. Производная суммы, разности, произведения, частного. Производная сложной функции.
3. Точки экстремума. Необходимое и достаточное условие локального экстремума функции.
4. Выпуклость, вогнутость функции. Точки перегиба.
5. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
6. Асимптоты графика функции.
7. Уравнения касательной к графику функции в заданной точке.
8. Дифференциал функции.
9. Эластичность функции.
10. Частные производные функции нескольких переменных.
11. Экстремумы функций нескольких переменных.
12. Метод наименьших квадратов.

13. Нахождение экстремума функции двух переменных при заданном условии. Функция Лагранжа.
14. Первообразная функции и неопределенный интеграл.
15. Свойства неопределенного интеграла.
16. Понятие определенного интеграла. Свойства и геометрическая интерпретация определенного интеграла.
17. Формула Ньютона-Лейбница.
18. Числовые ряды. Сходимость ряда.
19. Признаки сходимости числового ряда.
20. Знакопередающийся ряд и его сходимость.
21. Абсолютная и условная сходимость знакопеременного ряда.
22. Степенные ряды. Радиус сходимости.
22. Непрерывность суммы, почленное дифференцирование и интегрирование степенного ряда.
23. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
24. Однородные дифференциальные уравнения и их решения.
25. Решение линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

### Примерные задачи к зачёту

**Задача 1.** Умножить матрицы  $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 7 & -1 \\ -2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & -4 & -8 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

**Задача 2.** Решить систему уравнений с помощью правила Крамера

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 36 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 13 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 7 \end{cases}$$

**Задача 3.** Даны вершины треугольника:  $A(2;1)$ ,  $B(-1;3)$ ,  $C(4;5)$ , найти:

- 1) уравнение стороны **AB**;
- 2) угол **A**.

**Задача 4.** Найти область определения функции  $f(x) = \frac{\ln(9-x^2)}{\sqrt{x+1}}$ .

**Задача 5.** Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$ .

**Задача 6.** Записать общий член числовой последовательности  $\frac{1}{2}; \frac{2}{5}; \frac{3}{10}; \frac{4}{17}; \dots$

**Задача 7.** Найти точки разрыва функции  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{(x+1)(x-1)(x-2)(x-3)}$ .

**Задача 8.** Обувная фабрика специализируется по выпуску изделий трёх видов: сапог, кроссовок и ботинок; при этом используется сырьё трёх типов:  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ . Нормы расхода каждого из них на изготовление одной пары обуви, объём расхода за один день и стоимость сырья заданы в таблице.

Вид сырья	Нормы расхода сырья на изготовление 1 пары, усл.ед.	Расход сырья за 1 день, усл.ед.	Стоимость сырья, усл.ед.
-----------	---	---------------------------------	--------------------------

	сапог	кроссовок	ботинок		
S <sub>1</sub>	5	3	4	270	150
S <sub>2</sub>	2	1	1	90	65
S <sub>3</sub>	3	2	2	160	200

- 1) Записать систему линейных уравнений для определения ежедневного объема выпуска каждого вида обуви;
- 2) Найти объем производства сапог ( $x_1$ ), кроссовок ( $x_2$ ) и ботинок ( $x_3$ );
- 3) Определить стоимость затрат ресурсов.

### Примерные задачи к экзамену

**Задача 1.** Вычислить производную функции  $y = 3x^4 + \cos 5x$

**Задача 2.** Исследовать на экстремум функцию  $y = x^2 - \frac{16}{x} + 16$  и найти интервалы монотонности.

**Задача 3.** Составить уравнение касательной к кривой  $y = x^2 + 2x - 3$  параллельной прямой  $2x - y - 2 = 0$ .

**Задача 3.** Найти частные производные первого порядка функции  $u = e^{\frac{x}{y}} + e^{\frac{z}{y}}$ .

**Задача 4.** Найти критические точки функции  $z = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}$ , ( $x > 0$ ,  $y > 0$ ).

**Задача 5.** Вычислить интеграл  $\int \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$

**Задача 6.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^3, y = 8, x = 0.$$

**Задача 7.** Исследовать ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{\sqrt{n}2^n}$  на сходимость.

**Задача 8.** Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2n+1}$ .

### Шкала оценивания (зачет с оценкой, экзамен)

Описание шкалы	Оценка
У обучающегося сформированы уверенные знания, умения и навыки, включенные в соответствующий этап освоения компетенций, он глубоко и полно освещает теоретические, методологические и практические аспекты вопроса, проявляет творческий подход к его изложению и демонстрирует дискуссионность проблематики, а также глубоко и полно раскрывает дополнительные вопросы. Этапы компетенций, предусмотренные рабочей программой, сформированы. Свободное владение материалом. Достаточный уровень знакомства со специальной научной литературой. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы. Обучающийся не затрудняется с ответами при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятые решения, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.	Отлично
Ставится при полных, исчерпывающих, аргументированных ответах на все основные и дополнительные вопросы. Этапы компетенций, предусмотренные рабочей программой, сформированы. Детальное воспроизведение учебного материала. Практические навыки профессиональной деятельности в значительной	Хорошо

Описание шкалы	Оценка
<p>мере сформированы. Приемлемое умение самостоятельного решения практических задач с отдельными элементами творчества. Обучающийся твердо знает материал дисциплины, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопросы, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.</p>	
<p>Ставится, если этапы компетенций, предусмотренные рабочей программой, сформированы не в полной мере. Наличие минимально допустимого уровня в усвоении учебного материала и в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы не в полной мере. Обучающийся показывает знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, неправильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических задач</p>	<b>Удовлетворительно</b>
<p>Ставится, если обучающийся не знает и не понимает сущности вопросов и предлагаемых задач. Этапы компетенций, предусмотренные рабочей программой, не сформированы. Недостаточный уровень усвоения понятийного аппарата и наличие фрагментарных знаний по программному материалу дисциплины, обучающийся допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями решает практические задачи или не справляется с ними самостоятельно. Отсутствие минимально допустимого уровня в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы в недостаточном объеме</p>	<b>Не зачтено/ Неудовлетворительно</b>

### Методические материалы

Зачет с оценкой проводится в конце 1-го семестра обучения на 1 курсе на основании результатов выполненных типовых заданий, контрольных работ, а также ответом на зачёте.

Экзамен по дисциплине проводится в конце 1-го курса обучения во 2 семестре на основании результатов выполненных типовых заданий, контрольных работ, а также ответом на зачёте.

Зачёт и экзамен проводятся в письменной форме по билетам. Билет предполагает теоретический вопрос и 2 практических задания.

Выполнение всех заданий текущего контроля является желательным для всех обучающихся.

Оценка знаний студента на зачёте, экзамене носит комплексный характер и определяется:

- ответом студента на зачёте, экзамене;
- учебными достижениями студента в семестровый период.

Оценка проводится по следующим формам и методам контроля: типовые задания, контрольная работа.

#### *Критерии оценки контрольной работы:*

Решение каждой задачи контрольной работы должно быть доведено до ответа, содержать необходимые пояснения к расчетам. Недочеты (отсутствие пояснений, не принципиальные арифметические ошибки, не влияющие на ход решения) снижают оценку за задачу на 25%. Если решение доведено до конца, но ответ получен неверно за счет одной или двух ошибок, то оценка за решение задачи снижается на 50%. Если выполнена



только часть решения или получен неверный ответ в результате нескольких недочетов и ошибок, то решение задачи оценивается на 25%.

- Оценка «отлично» выставляется студенту при верном выполнении всех заданий.
- Оценка «хорошо» – при верном выполнении 75% заданий.
- Оценка «удовлетворительно» – при верном выполнении 50% заданий.
- Оценка «неудовлетворительно» – при выполнении менее 50% заданий.

*Критерии оценки типовых заданий:*

Типовые задачи выполняются на занятиях. В конце занятия студент представляет преподавателю письменный отчет, включающий решения индивидуальных заданий. В случае домашнего выполнения индивидуальных заданий для повышения оценки отчет принимается с защитой.

- Оценка «отлично» выставляется студенту при верном выполнении всех заданий.
- Оценка «хорошо» – при верном выполнении 75% заданий.
- Оценка «удовлетворительно» – при верном выполнении 50% заданий.
- Оценка «неудовлетворительно» – при выполнении менее 50% заданий.

## **5. Методические материалы по освоению дисциплины**

### **Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом учебного процесса для каждого обучающегося и определяется учебным планом.

Наряду с прослушиванием лекций и участием в обсуждении проблем на практических занятиях, учебный план предусматривает затрату обучающимися, как правило, большего числа часов для самостоятельной работы.

При этом необходима планомерная и систематическая работа магистранта на всех аудиторных занятиях. Эта работа складывается из изучения учебной и научной литературы, в том числе в связи с подготовкой к практическим занятиям, выполнения других заданий преподавателя.

Основным элементом этой работы является изучение основных разделов дисциплины, содержащейся в программе по этой дисциплине, с использованием записей лекций преподавателя, ведущего курс, и рекомендуемой программой литературы – учебников и учебных пособий, монографий и статей по отдельным проблемам. Такая работа должна выполняться в той или иной степени всеми обучающимися при подготовке к практическим занятиям. Но это можно делать и по темам, которые не выносятся на практические занятия – для этого рекомендуется сразу после лекции по теме прочитать рекомендованную по ней литературу. Это поможет закреплению материала.

Приступая к изучению той или иной темы, выделяемой по предметно-систематизированному принципу, нужно отдельно и последовательно рассмотреть каждую из частей, из которых состоит тема.

При изучении курса, обучающиеся должны уметь пользоваться и научной литературой для самостоятельной подготовки к занятиям. Обучающиеся также должны научиться, используя различные научные источники, грамотно сформировать и подготовить свое научно обоснованное и логически непротиворечивое выступление на практическом занятии, анализировать конкретные факты общественной жизни, формулировать и обосновывать свое мнение.

Без ясного понимания основных понятий образовательный процесс усложняется. Для повышения эффективности обучения необходимо использовать существующие терминологические справочники и толковые словари.

Контроль самостоятельной работы обучающегося – неотделимый, безусловно, необходимый, элемент организации и управления СР.

*Моделирование самостоятельной работы обучающихся:*

1. Повторение пройденного теоретического материала.
2. Установление главных вопросов темы.
3. Определение глубины и содержания знаний по теме, составление тезисов по теме.
4. Анализ выполняемой деятельности и ее самооценка.
5. Приобретенные умения и навыки.
6. Составление вопросов по содержанию лекции.

*Руководство выполнением самостоятельной работы обучающихся:*

1. Текущее собеседование и контроль.
2. Консультации.
3. Анализ, рецензирование, оценка, коррективы СРС.
4. Подведение итогов и т. д.

*Этапы и приемы СРС:*

1. Подбор рекомендуемой литературы.
2. Знакомство с вопросами плана семинарского занятия и методической разработки по данной теме.
3. Определение вопросов, по которым нужно прочитать или законспектировать литературу.
4. Составление схем, таблиц на основе текста лекций, учебника, монографии (при необходимости).

#### **Методы и формы организации самостоятельной работы обучающихся**

##### *Контрольная работа (К)*

Контрольные работы являются одной из основных форм текущего контроля преподавателем работы обучающегося.

Контрольная работа представляет собой письменный ответ на решение задачи или выполнение конкретного задания, который рассматривается в рамках дисциплины.

Содержание ответа на поставленный вопрос включает:

- показ студентом знания теории вопроса и понятийного аппарата,
- понимание алгоритма реализации поставленной задачи,
- решение задачи.

#### **Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям**

Практические занятия (занятия семинарского типа) - вид учебных занятий, при котором в результате предварительной работы преподавателя и студентов, в обстановке их непосредственного и активного общения решаются задачи познавательного характера.

Цель такой формы обучения – углубленное изучение дисциплины, закрепление пройденного материала, овладение методологией научного познания. Немаловажным преимуществом семинаров является формирование навыков.

Подготовка к практическому (семинарскому) занятию начинается с тщательного ознакомления с условиями предстоящей работы. Для студентов главная задача состоит в том, чтобы усвоить содержание учебного материала темы, которая выносится на обсуждение, подготовиться к выступлению, дискуссии, контрольной работе и т.п.

Работа над литературой состоит из трёх этапов – чтения работы, её конспектирования, заключительного обобщения сути изучаемой работы.

Прежде, чем браться за конспектирование следует её прочитать, чтобы составить о ней предварительное мнение, выделить основную мысль или несколько базовых точек, опираясь на которые можно будет в дальнейшем работать с текстом. Конспектирование в

общем виде может быть определено как фиксация основных положений и отличительных черт рассматриваемого научного или учебного источника.

Готовясь к практическим занятиям, следует активно пользоваться справочной литературой: энциклопедиями, словарями, и др.

По окончании практического занятия к нему следует обратиться ещё раз, повторив выводы, сконструированные на занятии, проследив логику их построения, отметив положения, лежащие в их основе – для этого в течение занятия следует делать небольшие пометки.

В случае возникновения неясных вопросов студент может получить индивидуальную консультацию преподавателя согласно графику консультаций, утвержденному на кафедре.

Систематическое выполнение учебной работы на лекциях и практических занятиях позволит успешно освоить дисциплину и создать хорошую базу для формирования необходимых компетенций.

## **6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

### **6.1. Основная литература**

1. Ахтямов А. М. Математика для социологов и экономистов : учебное пособие / А. М. Ахтямов. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Физматлит, 2008. – 464 с. – <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82271>
2. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г. М. Фихтенгольц ; ред. А. А. Флоринский. – 8-е изд., испр. и доп. – Москва : Физматлит, 2001. – Том 1. – 680 с.  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037>  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038>  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196>
3. Грес П. В. Математика для бакалавров: универсальный курс для студентов гуманитарных направлений : учебное пособие / П. В. Грес. - 2-е изд. перераб. и доп. - Москва : Логос, 2020.  
<https://znanium.com/catalog/product/1212421>
4. Мачулис В. В. Высшая математика: учебное пособие для вузов / В. В. Мачулис. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 306 с.  
<https://urait.ru/bcode/470980>
5. Шипачев, В. С. Высшая математика : учебник и практикум для бакалавриата и специалитета. М. : Издательство Юрайт, 2019.  
<https://www.biblio-online.ru/book/vysshaya-matematika-425158>
6. Вечтомов Е. М. Математика: логика, множества, комбинаторика: учебное пособие для вузов / Е. М. Вечтомов, Д. В. Широков. — 2-е изд. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 243 с.  
<https://urait.ru/bcode/473253>

### **6.2. Дополнительная литература**

1. Чирский, В. Г. Математический анализ и инструментальные методы решения задач. В 2 книгах. Кн.1 : учебник / В. Г. Чирский, К. Ю. Шилин. — Москва : Дело, 2019. — 464 с. — ISBN 978-5-7749-1384-8 (кн.1), 978-5-7749-1383-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/95106.html>

- <https://www.iprbookshop.ru/95107.html>
2. Артамонов, В. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: курс лекций для экономических специальностей : [16+] / В. А. Артамонов ; Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации. – Москва : Дело, 2012. – 222 с.  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=612455>
  3. Малугин, В. А. Математический анализ для экономического бакалавриата : учебник и практикум / В. А. Малугин. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 557 с.  
<https://urait.ru/bcode/425562>
  4. Малугин, В. А. Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач : для вузов / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 478 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02976-5.  
<https://urait.ru/bcode/450583>
  5. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч.: учебник и практикум /под. редакцией Н.Ш. Кремера. – 5 –е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2021.  
<https://urait.ru/bcode/470899> - Часть 1  
<https://urait.ru/bcode/470900> - Часть 2
  6. Общий курс высшей математики для экономистов: учебник / Под ред. В.И. Ермакова. М.:ИНФРА-М, 2010.  
<https://znanium.com/catalog/product/210735>
  7. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу: Учебное пособие. в 3 т. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010.  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83187>  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82820>
  8. Шагин В. Л., Соколов А. В. Математический анализ. Базовые понятия: учебное пособие для прикладного бакалавриата. М. : Издательство Юрайт, 2021  
<https://urait.ru/bcode/471452>

### **6.3. Нормативные правовые документы**

Использование не предполагается.

### **6.4. Интернет-ресурсы**

1. <http://www.mathelp.spb.ru/ma.htm> Высшая математика
2. [http://window.edu.ru/library?p\\_rubr=2.1](http://window.edu.ru/library?p_rubr=2.1) Единое окно доступа к образовательным ресурсам
3. <http://www.i-exam.ru/> Единый портал интернет-тестирования в сфере образования
1. <http://ecsocman.hse.ru/net/16000049/> – Федеральный образовательный портал ЭСМ (экономика, социология, менеджмент)
2. <http://www.nlr.ru/> – Российская национальная библиотека
3. <https://нэб.рф/> – Национальная электронная библиотека

### **6.5. Иные источники**

1. Седых, И. Ю. Математика: учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. Ю. Седых, Ю. Б. Гребенщиков, А. Ю. Шевелев. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 443 с.  
<https://urait.ru/bcode/469860>

## **7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное**

## обеспечение и информационные справочные системы

Для обеспечения студентов по дисциплине Академия располагает следующей материально-технической базой:

- лекционными аудиториями, оборудованными видеопроекционным оборудованием для презентаций в среде Power Point и экраном, средствами звукоусиления;

- аудиториями для проведения практических занятий, оборудованными видеопроекционным оборудованием для презентаций, и имеющие выход в сеть Интернет.

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение:

- лекционные аудитории, оборудованные видеопроекционным оборудованием для презентаций в среде Power Point и экраном, средствами звукоусиления;

- учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации,

- для самостоятельной работы: читальные залы библиотеки.

Информационные справочные системы: Научная библиотека РАНХиГС. URL: <http://lib.ranepa.ru/>; Научная электронная библиотека eLibrary.ru. URL: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>; Национальная электронная библиотека. URL: [www.nns.ru](http://www.nns.ru); Российская государственная библиотека. URL: [www.rsl.ru](http://www.rsl.ru); Российская национальная библиотека. URL: [www.nnir.ru](http://www.nnir.ru); Электронная библиотека Grebennikon. URL: <http://grebennikon.ru/>; Электронно-библиотечная система Издательства «Лань». URL: <http://e.lanbook.com>; Электронно-библиотечная система ЮПАЙТ. URL: <http://www.biblio-online.ru/>.